高雄市立中正高中一一四學年度第二學期第一次段考國中部二年級數學科試題卷

【題目卷：2 張 4 頁】科目代碼：03　　二年　班　座號：　姓名：

一. 選擇題：每題 3 分，共 66 分

1. 下列甲、乙、丙、丁、戊、己六個數列，有多少個是等差數列？

甲：0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0　　乙：1 , 2 , 4 , 7 , 11 , 16　　丙：3 , 2 , 1 , −1 , −2 , −3

丁：$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$　　戊：$\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},\sqrt{5},\sqrt{6}$　　己：$\sqrt{7}-2$, $3\sqrt{7}-4$, $5\sqrt{7}-6$

(A) 2　　(B) 3　　(C) 4　　(D) 5

2. 下列何者不是等比數列？

(A) 10 , −10 , 10 , −10 , 10 , −10　　(B) 0^2 , 1^2 , 2^2 , 4^2 , 8^2 , 16^2

(C) $\frac{9}{32}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{32}{27}$　　(D) −3 , $3\sqrt{2}$, −6 , $6\sqrt{2}$, −12

3. 翰翰與琳琳對等差數列、等比數列的學習心得如下：

翰翰：如果等差數列的公差為負數時，則此數列的各項會愈來愈小。

琳琳：如果等比數列的公比為正數時，則此數列的各項會愈來愈大。

對於翰翰、琳琳兩人的說法，下列判斷何者正確？

(A)兩人皆正確　　(B)兩人皆錯誤

(C)翰翰正確，琳琳錯誤　　(D)翰翰錯誤，琳琳正確

4. 若將等差數列 a_1 , a_2 , a_3 , …… , a_{50} 的每一項都減去 10，形成一個新的數列，則下列敘述何者正確？

(A)新數列的公差與原數列的公差相同　　(B)新數列的公差比原數列的公差少 10

(C)新數列的和與原數列的和相同　　(D)新數列的和比原數列的和少 10

5. 已知一個等差數列的首項為 5，公差為 4，此等差數列的第 10 項為 x，第 n 項為 89，則 x＋n＝？

(A) 63　　(B) 64　　(C) 65　　(D) 66

6. 已知一個等差數列的第 25 項為 −7，公差為 $\frac{3}{4}$，則下列哪一個選項的值為整數？

(A)第 52 項　　(B)第 61 項　　(C)第 74 項　　(D)第 83 項

7. 若想在等差數列 1 , 2 , 3 , 4 中插入一些數，使得新數列也是等差數列，且新數列的首項仍是 1，末項仍是 4，則新數列的項數可能為下列何者？

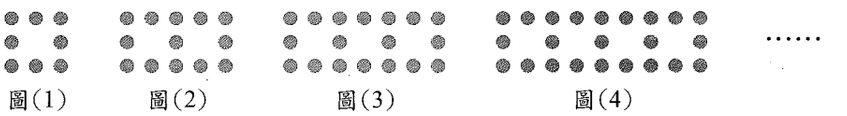
(A) 8　　(B) 12　　(C) 16　　(D) 20

※ 背 面 有 題 ※

8. 已知 a_1 , a_2 , …… , a_{99} 為一等差數列，其中 a_1 為正數，且 $a_{49}+a_{51}=0$。判別下列敘述何者正確？

(A) $a_1+a_{50}+a_{99}>0$　(B) $a_1+a_{50}+a_{99}<0$　(C) $a_1 \times a_{99}>0$　(D) $a_1 \times a_{99}<0$

9. 下面各圖是由圓點「●」所組成的規律圖形：



若圖(m)中，圓點的總數為 a_m，圖(n)中，圓點的總數為 a_n，已知 $a_m-a_n=60$，則（m , n）可能是下列何者？

(A)（14 , 5）　(B)（16 , 10）　(C)（20 , 12）　(D)（30 , 18）

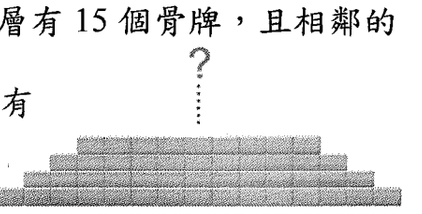
10. 已知 a , b , c 三數成等差數列，且 a 與 c 的等差中項為 7，則下列哪一個選項的值為偶數？

(A) a+b+c　(B) a−b+c　(C) 2a+b+2c　(D) 3a−2b+3c

11. 已知等差級數 A 共有 12 項，其首項為−19，末項為 201，和為 S_a；等差級數 B 的首項為−8，公差為 4，前 21 項的和為 S_b。若 S_a：S_b 的最簡整數比為 a：b，則 a−b＝？

(A) 5　(B) 6　(C) 7　(D) 8

12. 如圖(5)，艾美拿了 60 個骨牌做了一個臺階。已知臺階最下層有 15 個骨牌，且相鄰的兩層骨牌中，上層會比下層少 2 個骨牌，若這個骨牌臺階共有 a 層，臺階的最上層共有 b 個骨牌，則 a+b＝？


圖(5)

(A) 7　(B) 9　(C) 11　(D) 13

13. 翰林藝文表演廳有 A、B 兩區，A 區共有 n 排座位，每一排有 50 個座位；B 區共有 25 排座位，每一排都比其前一排多 2 個座位，且正中間那一排有 64 個座位。已知 A 區的座位總數比 B 區少 100 個座位，則 n＝？

(A) 24　(B) 30　(C) 36　(D) 40

14. 設一個等差數列的首項為−49，第 10 項為−22，此等差數列自第 m 項開始為正數，自第 1 項加到第 n 項時，其和 s 為最小。若 x＝m＋n−s，則 x 是下列何者的倍數？

(A) 17　(B) 19　(C) 23　(D) 29

15. 已知數列 a , b , c , d 既是等差數列，又是等比數列，若 a 與 b 的等差中項是 5，則 c−4 與 d+4 的等比中項是下列何值？

(A) 3　(B) 4　(C)±3　(D)±4

16. 已知數列 $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{1+2}$, $\frac{4}{1+2+3}$, $\frac{8}{1+2+3+4}$, …… 具有某種規律，則第 10 項的值最接近下列何者？

(A) 9　(B) 12　(C) 15　(D) 18

※ 請 接 下 一 張 ※

17. 已知一個等比數列的首項為 32，公比為 $\frac{3}{2}$，則 243 是此等比數列的第幾項？

(A)第 5 項　(B)第 6 項　(C)第 7 項　(D)第 8 項

18. 已知 a , b , −5 , c , d 是一個等比數列，則 a×b×c×d＝？

(A)−3125　(B)−20　(C) 100　(D) 625

19. 中哥在 3 與 243 之間由小而大插入 a、b、c 三數，使其成為公差是 d 的等差數列；正妹在 3 與 243 之間由小而大插入 x、y、z 三數，使其成為公比是 r 的等比數列。下列哪一個選項的值最大？

(A) d−r　(B) a−x　(C) b−y　(D) c−z

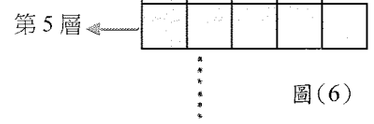
20. 若 $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ 與 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 的等差中項是 a，等比中項是 b，則 a−b 的最大值為何？

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}-1$　(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}+1$　(C) $\sqrt{2}-1$　(D) $\sqrt{2}+1$

21. 已知 16＋x , 10＋x , 5＋x 三數成等比數列，其公比為 r，則 x÷r＝？

(A) 20　(B) 24　(C) 30　(D) 36

22. 將等比數列 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , ……，從第 1 項開始，按順序由左而右，由上而下依序填入右圖(6)的階梯方格中，若第 12 層由左邊算起第 7 個數為 x，則 x 與下列何者相等？



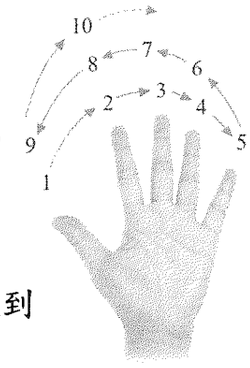
圖(6)

(A) 2^{73}　(B) 4^{32}　(C) 8^{24}　(D) 16^{12}

二. 填充題：每格 4 分，共 24 分

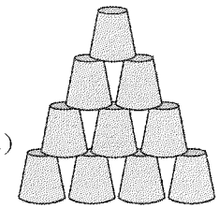
1. 3 月 1 日傑克已有存款 350 元，他自 3 月 2 日起，每日皆再儲蓄 55 元，則幾月幾日傑克才有足夠的錢購買 3000 元的玩具？答：＿①＿。

2. 伸出你的左手，從大拇指開始，如圖(一)所示的規律數數字。設 a_n 是數到小指第 n 次時，所表示的數字，例如 $a_1=5$，$a_2=13$，則 a_{101}＝＿②＿。

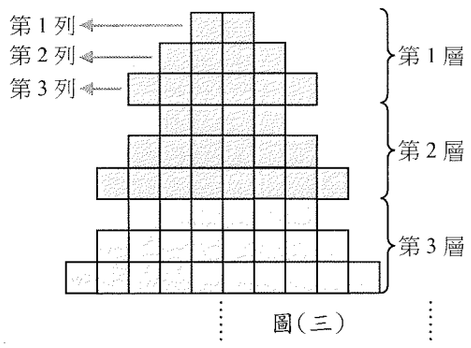


圖(一)

3. 同樂會結束後，妙麗洗現場所有的 120 個杯子，洗完後她想把杯子裡的水瀝乾，且為了美觀與節省空間，她將杯子倒著放並排成如圖(二)。排放的規律如下：由下往上每一層少一個杯子，最高層僅剩一個杯子。如果 120 個杯子剛好排完，則最底層需要排＿③＿個杯子。


圖(二)

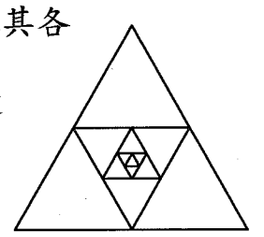
4. 洛基利用便利貼拼成一個聖誕樹圖案，共有 12 層，每一層由三列的便利貼拼成，前 3 層如圖(三)。若同一層中每一列皆比前一列多 2 張，且每一層第一列皆比前一層第一列多 2 張，則此聖誕樹圖案由＿④＿張便利貼拼成。



圖(三)

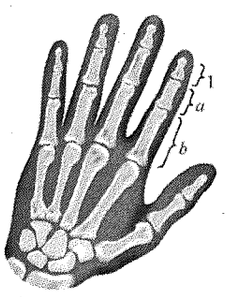
※ 背 面 有 題 ※

5. 將一個邊長為 32、面積為 $256\sqrt{3}$ 的正三角形各邊中點連成一個新的正三角形，而邊長是原正三角形的 $\frac{1}{2}$、面積是原正三角形的 $\frac{1}{4}$，如圖(四)。若一個正三角形取其各邊中點連成一個正三角形，稱為第 2 層三角形，再取第 2 層三角形各邊中點連成一個正三角形，此為第 3 層三角形。依此方法，若第 6 層三角形的邊長為 a、面積為 $b\sqrt{3}$，則 a：b 的最簡整數比為 ⑤ 。



圖(四)

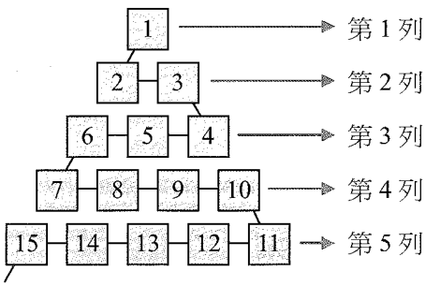
6. 圖(五)為博士左手掌的 X 光透視照片，其中食指三節骨頭的長度由小到大分別為 1 , a , b。若這三節骨頭的長度成等比數列，且滿足 b＝1＋a，則此數列的公比為 ⑥ 。



圖(五)

三. 綜合題：每題 5 分，共 10 分

1. 右圖是一個蛇形模型，方框中的數依下面的規則排列：



第 1 列的數為 1，

第 2 列的數由左至右為 2、3，而最右邊的數為 3＝1＋2；

第 3 列的數由右至左為 4、5、6，而最左邊的數為 6＝1＋2＋3；

⋮

以此類推。奇數列都是由右至左排列，偶數列都是由左至右排列。

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

(1)在第 20 列中，最右邊的數為多少？（2 分）

(2)承(1)，第 21 列所有數的和為多少？（3 分）

2. 健康生技公司培養綠藻以製作「綠藻粉」，再經過後續的加工步驟，製成綠藻相關的保健食品。已知該公司製作每 1 公克的「綠藻粉」需要 60 億個綠藻細胞，且在光照充沛的環境下，1 個綠藻細胞每經過一天可分裂成 4 個綠藻細胞，分裂後的細胞亦可繼續分裂。請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：



(1)假設第 1 天有 16 個綠藻細胞（$a_1=16$）開始培養，若培養期間綠藻細胞皆未死亡且培養環境的光照充沛，第 2 天分裂後共有 a_2 個綠藻細胞，第 3 天有 a_3 個，依此規律繼續培養，則 a_1 , a_2 , a_3 , ……會形成公比為多少的等比數列？（1 分）

(2)承(1)，已知 60 億介於 2^{32} 與 2^{33} 之間，請判斷第 19 天共分裂成的綠藻細胞是否足夠製作 128 公克的「綠藻粉」？（4 分）

※ 試 題 結 束 ※